

Глава 8

Пропорция золотого сечения как проявление принципа красоты и гармонии в пространстве «двух сестёр» - музыки и математики

*Музыка и математика – истинные языки Бога
Августин Блаженный*

*Музыка - это проявление скрытой математики
Гольдбах*

*Геометрия
владеет
двумя
сокровищами:
одно из них —
это теорема
Пифагора,
а другое –
деление
отрезка в
крайнем и
среднем
отношении
(или золотая
пропорция).*

*Первое
можно
сравнить с
мерой золота,
второе же
больше
напоминает
драгоценный
камень.*

*Иоганн
Кеплер*

Из многих пропорций, которыми издавна пользовался человек при создании произведений искусства существует одна, единственная и неповторимая, обладающая уникальными свойствами. Эту пропорцию называли по-разному - "золотой", "божественной", "золотым сечением", "золотым числом", "золотой серединой" или просто числом Фибоначчи (по прозвищу итальянского математика Леонардо Пизанского – Фибоначчи (1180-1240)

"Золотая пропорция" - это понятие математическое и её изучение - это прежде всего задача науки. Но она же является критерием гармонии и красоты, а это уже категория искусства и эстетики. Поэтому наше внимание будет направлено на синтез или взаимопроникновение двух «сестёр» - музыки и математики, где критерий золотого сечения будем рассматривать как с точки зрения искусства, так и науки.

Чтобы было понятно теоретически, разделим прямую линию на два отрезка, один из которых составляет 61,8 % от целого (то есть 61,8 сантиметра при длине участка 1 метр), а другой – 38,2 % (то есть 38,2 сантиметра). Давайте для упрощения примем это соотношение как 62 % к 38 %; вот как раз оно и будет очень близко к золотому сечению. Оказалось, что золотое сечение, или золотая пропорция, выражает гармоничность, соразмерность, красоту во всём и отражается в природных объектах, в шедеврах искусства и архитектуры.

Но оказывается, золотая пропорция властвует и над всеми сферами нашего бытия!

Судите сами, газета, которую вы читаете, монитор вашего компьютера, лепестки цветов, листья деревьев, здания на улице – всё определяется принципом золотой пропорции, одной гармонической величиной. Вселенная словно зашифровала для нас в каждом уголке природы код – уникальный и эстетически гармоничный - божественную

Между музыкой и математикой существует безусловный параллелизм. И та, и другая представляют собой действие в воображении, освобождающее нас от случайностей практической жизни.

Дирижер Эрнест Ансерме

Моей конечной целью ... было то, что я стремился представить музыку как часть математики и вывести в надлежащем порядке из правильных оснований всё, что может сделать приятным объединение и смешивание звуков.

*Леонард Эйлер
"Диссертация о звуке"
(1727 г.)*

пропорцию, золотое сечение, выраженную в численном отношении как число фи (равное 0,618).

За кажущимся хаосом, господствующим во Вселенной, скрыт определенный порядок. Соотношение между порядком и хаосом соответствует золотому сечению.

Представим себе окружающую нас природу, состоящую из элементов, имеющих правильные геометрические формы: реки – прямые линии, горы – правильные конусы, облака – правильные окружности, все цветы – правильные шарики, дома как спичечные коробки, абсолютно правильные и идеально точные, как в фильме «Ирония судьбы». А ведь это 100 % порядок! **Вас не удивляет, что эта картина совершенно не трогает сердце?**

И как замечательно, что природа не такая. Для очертания объектов природы – туч, деревьев, снежинок, рек, гор, капель дождя и прочего – характерно определённое чередование порядка и беспорядка (хаоса). И это чередование соответствует золотой пропорции: примерно 62 % порядка и 38 % беспорядка. Именно под влиянием гармонии порядка и беспорядка возникает наше ощущение прекрасного. Как говорил Гегель: **«Мир есть гармония гармоний и дисгармоний».**

Согласитесь, силуэт изогнутого бурями дерева без листьев на фоне вечернего неба трогает наше сердце, воспринимается как нечто лирическое, грустное, но прекрасное, наводящее на поэтические раздумья. Засохшее дерево вызывает в нашей душе отклик, а, например, грандиозный небоскреб оставляет равнодушными, несмотря на все старания архитектора. Почему? Потому что в нём нет золотой пропорции, всё слишком правильно и просто.

Простые формы не трогают сердце и чувства человека, не созвучны организации природы и нашему образу восприятия мира.

Недаром немецкий физик Герт Эйленберг в своё время заметил: **«Наше чувство прекрасного подпитывается гармоничным сочетанием упорядоченности и беспорядка, которое можно наблюдать в естественных явлениях: облаках, деревьях, горных цепях или кристаллах снежинок. Все такие контуры суть динамические процессы, застывшие в физических формах, и для них типична комбинация устойчивости и хаотичности»** [79].

Вот и привлекают нас не грандиозные небоскребы, а архитектурные сооружения, в которых заложен закон золотой пропорции, где порядка только 60 %, а остальное – беспорядок (хаос). Так же происходит и в музыке! Как показало изучение музыкальных произведений, кульминация мелодии тоже часто

приходится на точку золотого сечения её общей продолжительности.

*Гармония –
магическое
слово, сулящее
всевозможные
блага, это
синтетическое
понятие, слово
завтрашнего
дня.*

Ле Корбюзье

Математика и музыка - два предмета, два полюса человеческой культуры. Слушая музыку, мы попадаем в волшебный мир звуков. Решая задачи, погружаемся в строгое пространство чисел. И не задумываемся о том, что мир звуков и пространство чисел издавна соседствуют друг с другом. Многие учёные прошлого считали, что гармония чисел является сродни гармонии звуков и дополняет друг друга. Также делали попытку представить музыку как математическую модель. Одним из первых выразил красоту музыки с помощью чисел, а именно отношений, древнегреческий ученый Пифагор. Все знают его знаменитую теорему и таблицу.

А вот музыкантам он известен как создатель теории музыки. Он был одним из первых, кто попытался выразить красоту музыки с помощью чисел.

В своё время Пифагор создал школу мудрости, положив в её основу два предмета - музыку и математику. Музыка, как одно из семи видов искусств, воспринималась наряду с арифметикой, геометрией и астрономией как научная дисциплина, а не как практическое занятие искусством. Пифагор считал, что **гармония чисел сродни гармонии звуков и что оба этих занятия упорядочивают хаотичность мышления и дополняют друг друга.**

В своей теории о гармонии он определял её как систему трёх созвучий — кварты, квинты и октавы. На базе тетрахорда (четырёх струн, четырёх звуков, четырёх нот, четырёх чисел) 6, 8, 9 и 12 можно построить и полный звукоряд, двенадцати нотный или какой-нибудь ещё. Полный строй получался, если откладывать от какой-либо ноты чистую квинту вверх (или вниз). Таким образом, можно получить все ноты, примерно соответствующие нашему двенадцати нотному звукоряду. Опуская (или поднимая) ноты на октаву вниз, сводя их в одну октаву, можно получить звуковысотные соотношения для всех нот. Познав истинность и красоту своей музыкальной теории, Пифагор пытался распространить её на космологию; по его представлениям и планеты Солнечной системы располагались в соответствии с музыкальной октавой ("гармония сфер").

И Пифагор, и его ученики-пифагорейцы считали математику и музыку неразрывными по отношению друг к другу, так как музыка, утверждали они, является частным проявлением математики. Они создали учение о Космосе, как о музыкально звучащем теле. По их мнению, Космос – это ряд небесных тел, каждое из которых при вращении издаёт свой музыкальный звук; расстояния между сферами и издаваемые ими звуки соответствуют гармоничным музыкальным интервалам.

*Практически
все
нобелевские
лауреаты
в детстве
занимались
музыкой.*

*Михаил
Казиник*

*Настоящая
наука
и
настоящая
музыка
требуют
однородного
мыслительного
процесса.*

*Альберт
Эйнштейн*

Обратите внимание на удивительную связь между звукорядом фортепиано и небосводом Вселенной: весь звукоряд фортепиано делится на три основных регистра: низкий, средний и высокий, и составляет 88 звуков. Казалось бы, что их так немного. Но из этих 88 звуков созданы грандиозные симфонии, оратории, величайшие музыкальные творения. Ноты «ми-фа» первой октавы образуют середину клавиатуры фортепиано, своего рода Центр Вселенной. На 88 секторов также разделён Небосвод Вселенной и эти секторы в свою очередь распределены между 12 уровнями - от низшего к высшему. Каждому уровню соответствует свой знак Зодиака. Как видим, существует определённая связь космоса с музыкальной системой.

А сейчас обратимся к самому простому музыкальному построению, - музыкальной гамме. Присмотритесь, а ведь она разбита на пропорциональные части и практически пронизана пропорциями! Белые клавиши гармонично сочетаются с чёрными в плане математической пропорции – «два к трём». А расположение звуков в пределах одной октавы с точки зрения золотого сечения составляет «три к четырём» (до, ре, ми = фа, соль, ля, си). Дробные числа также используются для обозначения тактов.

А знаете ли Вы, что из простой гаммы от ноты «соль» «вырастает» гениальная мелодия П.И.Чайковского – знаменитое «Адажио» из балета «Щелкунчик»! Также у Ференца Листа мы слышим в начале соль минорной Сонаты ту же гамму. Так гамма вырастает от простого технического значения до универсальной законченной мелодии.

*Альберт
Эйнштейн
со скрипкой
и
Планк у рояля —
это
далеко не
случайность.*

А. Волошинов

Таким образом, музыкальный строй – это математическое выражение системы звуковысотных соотношений – лада. Вся музыка записывается символами (нотами), как и математика также символами (числами).

Вся музыка, выраженная в нотной записи размещена на параллельных линиях (нотный стан). Параллельные линии можно наблюдать не только в нотах. Но и во внешней форме некоторых музыкальных инструментах: струны арфы, домры, балалайки, гуслей или органных труб, кстати, как и в математике параллельные линии.

Поскольку математика родная сестра музыки, то в ней мы также находим те же числовые соотношения, гармонические пропорции, принцип золотого сечения, кульминационные всплески гармоничных музыкально-математических пропорций и т.д. Недаром Аристотель в своё время сказал: **«Число есть сущность всех вещей, и организация Вселенной в её определениях представляет собой вообще гармоническую систему чисел и их отношений»** [71].

*Настоящая
наука и
настоящая
музыка
требуют
однородного
мыслительного
процесса.*

А. Эйнштейн

Ещё в эпоху Возрождения известный философ, физик и математик М. Мерсенн вводит в музыку 12-звуковой темперированный строй. В ряде своих работ - "Трактат о всеобщей гармонии" и "Всеобщая гармония" Мерсенн рассматривает музыку как неотъемлемую часть математики и видит в ней - в её консонансном звучании - один из основных способов проявления мировой гармонии и красоты. В дальнейшем немецкий ученый А. Цейзинг углубляет понимание гармоничных взаимоотношений музыки, математики и Вселенной.

Остановившись на значении закона золотого сечения в музыке, Цейзинг указывает, что древние греки приписывали эстетическое впечатление аккордов пропорциональному делению октавы при помощи среднеарифметической и гармонической пропорции. Первой отвечает отношение основного тона к квинте и к октаве - 6:9:12; второй - отношение основного тона к кварте и к октаве - 6:8:12. Таким же образом греки объясняли гармонию и остальных созвучий.

Базируясь на тех положениях, что только те соединения тонов красивы, интервалы которых находятся между собой и к целому в пропорциональном отношении, и на том, что соединение только двух тонов не дает полной гармонии, Цейзинг показывает, что наиболее приятные для слуха консонансы имеют такие интервалы, что соотношение частот, входящих в аккорд, в наибольшей степени близко к золотой пропорции. Например, соединению малой терции с октавой основного звука соответствует отношение частот 3:5, соединению большой терции с октавой основного звука - 5:8 (3, 5, 8 - числа Фибоначчи!) [18].

*Музыка,
как и
математика,
состоит
из
определенных
шаблонов,
то есть тех
понятий,
которые уже
были изучены
ранее,
поэтому
мозг
воспринимает
их одинаково.*

А. Волошинов

Цейзинг обращает внимание ещё на один любопытный факт. Как известно, мажорный (мужской) и минорный (женский) лады построены на основе мажорного и минорного трезвучия. Мажорное трезвучие, построенное на основе большой терции, является консонансом акустически правильным. Оно создает впечатление уравновешенности, физического совершенства, придающего ему характер силы, света, бодрости, объединяемых в жизни понятием "мажорности". Минорное трезвучие, построенное на основе малой терции, является консонансом акустически неправильным. Оно создает впечатление сломленного звучания и имеет характер мрачности, печали, слабости, объединяемых в жизни понятием "минорности".

Эти выводы Цейзинга с его толкованием причин консонансности интервалов подтверждаются исследованиями акустиков. Совершенный консонанс известных музыкальных интервалов получается благодаря отсутствию звуковых биений. Несовершенный же консонанс других интервалов происходит в результате возникновения биений.

*Ничто не
нравится,
кроме красоты,
в красоте –
ничто, кроме
форм, в формах –
ничто, кроме
пропорций, в
пропорциях –
ничто, кроме
числа.*

А. Августин

*Музыка - это
радость души,
которая
вычисляет,
сама того не
замечая.*

Г. Лейбниц

Цейзинг в связи с этим замечает, что соединение октавы с большой терцией основного звука соответствует отношению нижней и верхней частей туловища в мужской фигуре, а соединение октавы с малой терцией основного звука - отношению нижней и верхней частей туловища в женской фигуре [18].

Приведём ещё один пример общности наших «сестёр» - музыки и математики, подтверждённой известным математиком и автором многих научных книг К. Девлин. В своей книге *«Ген математики»* он указывает, что музыканты и математики одинаково используют для написания абстрактные обозначения тех паттернов (схем-образов), которые существуют в их уме. Опытный музыкант, читая музыкальные символы, сразу же «слышит» в своем уме те звуки, которые эти символы обозначают. Аналогичным образом, математик, читая математические символы, без промедления думает о математических выражениях (логических суждениях), изображаемых этими символами. Поэтому неудивительно, что аппаратная визуализация демонстрирует то, что деятельность мозга профессиональных музыкантов при прослушивании музыки сходна с мозговой деятельностью профессиональных математиков, решающих математическую задачу [18].

Музыка и математика образуют между собой неразрывное единство. Эти два компонента взаимопроникают и тесно переплетаются, дополняя и обогащая наши представления о наиболее важных особенностях структуры математики и музыки. Это открывает перед нами уникальную возможность постичь красоту математики и музыки, а также ставит перед необходимостью искать параллели и сходства между ними.

Давайте проведём расчёты с цифрами, связанные с музыкой.

На рояле 52 белые клавиши и 36 черные.

52 - это 52 недели в году. $5+2=7$. Это семь дней в неделе и семь нот в октаве, семь цветов радуги.

64 шахматные клетки или 64 тона в древнеиндийской ведической музыке.

$64-52=12$. То есть солнечный цикл Зодиака или просто 12-тиричность счисления вокруг нас.

Теперь возьмем число 36. Это черные клавиши.

$1+2+3+4+5+6+7+8 = 36$

$64-36=28$

Это 28 дней, лунный месяц, четыре недели.

Разложим число 36. $3+6=9$. Число месяцев беременности женщин. Всё это и есть как раз женские энергии.

И так можно продолжать сколько угодно [78].

*И.С.Бах подготовил
почву для
восприятия людьми
божественных
символов, знаков,
наконец,
сути Мира.*

И.Г.Соколов

*В 1973 году
американская
группа
«Grateful Dead»
(основана в 1965)
впервые
использовала
акустическую
систему,
суперсооружение,
так называемую
Стену звуков, на
своём концерте.
Она состояла из
более чем 600
динамиков, с
мощностью более
26 тысяч ватт и
создавала звуковое
давление в 103
децибела на
расстоянии 800
метров. Ну а
высота этой
установки немного
превышала 10
метров в высоту и
веса несколько
сотен тонн. Цифры
очень даже
приличные! В 70-е
годы это было
просто звуковой
монстр.*

***Вот она звуковая
математика!***

А знаете ли Вы, что существует поверье, что музыка и математика открывают свои тайны только тем, кто обладает особыми способностями. Как показывает практика — это действительно так! Например, многие математики музыкальны, имеют хороший музыкальный слух, ритм, память. А многие выдающиеся музыканты блистали математическими способностями. Например, мало кто знает, что в детстве маленький Вольфганг Амадей Моцарт, был настолько увлечён математикой, что стены и пол в его комнате были полностью исписаны математическими формулами.

Эрнест Ансерме — профессиональный математик и лучший исполнитель музыки И. Стравинского, **Леонид Сабанеев** — выпускник математического факультета Московского университета, прекрасный пианист, композитор и друг Скрябина. Композитор **Эдисон Денисов** преподавал математику в Томском университете. Выдающийся виолончелист **Карл Давыдов** закончил физико-математический факультет, и как вспоминают современники, имел уникальные способности к чистой и прикладной математике: в квартире его долго сохранялась модель железнодорожного моста, им изобретенного и, по словам специалистов, вполне достойного внимания. **Том Лерер** - американский певец и композитор, сатирик и математик. Внёс немалый вклад в американскую культуру XX века. Интересный факт из его биографии, - фамилия Лерер с немецкого переводится, как "учитель", а его песни нескучно учат нас математике, химии и другим наукам. Сам композитор является одним из тех людей, которые видят в математике не только формулы и теоремы, но также находят в ней источник вдохновения для своего творчества.

Многие композиторы, создавая свои произведения, использовали закон золотого сечения. И применялся он либо сознательно, либо бессознательно. Например, Игорь Стравинский, когда писал произведения, всё рассчитывал до мелочей. Доказательством тому служат слова немецкого математика, физика, философа Готфрида Лейбница:

«Музыка – это бессознательное упражнение души в арифметике».

Значит закон золотого сечения в музыке это и есть музыкально-арифметическое действие! Обратившись к музыке гениального и непревзойдённого И.С.Баха, мы увидим, что во многих его произведениях как раз в точке золотого сечения находится что-то необычное, либо это уникальная мелодическая фраза, которая нигде больше не повторяется, либо самая высокая нота, либо уникальная гармония! Вообще-то точка золотого сечения находится в месте звучания примерно в соотношении 62:38% от общего времени звучания, как было сказано выше. Но иногда эта точка сдвигается ближе к концу, как например, у С.В.Рахманинова. Кстати, у него много таких произведений.

А у Ф. Шуберта точка золотого сечения стремится к центру, где-то за 50%, например, в поздних его сонатах.

Бывает ещё вывернутая наизнанку точка золотого сечения, она расположена в примерной точке 38:62%. Приведём примеры: «Прелюдия» ми бемоль мажор С.В.Рахманинова (опус 23 №5), его же «Этюд-картина» до мажор (опус 33). В таких точках золотого сечения находится кульминация произведения.

Отметим, что более всего точку золотого сечения особенно остро чувствовали И.С.Бах и А.Н.Скрябин [85].

Но иногда звучат две точки («*золотая*» и так называемая «*серебряная*»), по мнению пианиста, профессора И.Г.Соколова) [85].

Многие композиторы интуитивно слышат эту «серебряную» или «тихую» кульминацию (вторую точку золотого сечения), своего рода тихую таинственную точку, которая находится как раз в месте звучания в соотношении 38:62%, а затем и основную 62:38%. Целую серию подобных сечений отмечал в своём обширном исследовании музыковед и композитор Л.Л.Сабанеев (1881-1968). Им было изучено две тысячи произведений различных композиторов. По его мнению, «временное протяжение музыкального произведения делится «некоторыми вехами», которые выделяются при восприятии музыки и облегчают созерцание формы целого. Все эти музыкальные вехи делят целое на части, как правило, по закону золотого сечения... И каждое такое сечение отражает своё музыкальное событие, качественный скачок в развитии музыкальной темы. Характерно, что наиболее часто золотое сечение обнаруживается в произведениях высокохудожественных, принадлежащих гениальным авторам» [67].

Любое музыкальное произведение имеет временное протяжение и делится некоторыми вехами ("эстетическими вехами") на отдельные части, которые обращают на себя внимание и облегчают восприятие целого. Этими вехами могут быть динамические и интонационные кульминационные пункты музыкального произведения. Даже существуют определённые закономерности возникновения таких "эстетических вех" в музыкальном произведении. Эти отдельные временные интервалы музыкального произведения, соединяемые "кульминационным событием", как правило, находятся в соотношении золотого сечения. Сама организация музыкального произведения построена так, что его кардинальные части, разделённые вехами, образуют ряды золотого сечения. Такая организация произведения соответствует наиболее экономному восприятию массы отношений и поэтому производит впечатление наивысшей "стройности" формы [82].

Фуга - это почти математическое доказательство, в котором можно говорить о теме, аргументации и решении.

В.Декевовилье

Фактически Бах был не только композитором, но, в определённом смысле, и математиком, ибо только математик способен развить контрапункт до такой совершенной степени .

Сирил Скотт

По мнению Сабанеева, количество и частота использования золотого сечения в музыкальной композиции зависит от "ранга композитора".

Наиболее высокий процент совпадений отмечается у гениальных композиторов, то есть *"интуиция формы и стройности, как это и следует ожидать, наиболее сильна у гениев первого класса"*. Самое большое количество произведений, в которых встречается золотая пропорция Л.Сабанеев отмечал: у Аренского (95%), Бетховена (97%), Скрябина (90%), Шопена (92%), Шуберта (91%), Гайдна (97%).

Но наиболее детально были изучены Л.Сабанеевым все 27 этюдов Ф. Шопена. **В них обнаружено 154 золотых сечения; всего в трёх этюдах золотое сечение отсутствовало.** В некоторых случаях строение музыкального произведения сочетало в себе симметричность и золотое сечение одновременно; в этих случаях оно делилось на несколько симметричных частей, в каждой из которых появлялось золотое сечение. У Бетховена также сочинения делятся на две симметричные части, а внутри каждой из них наблюдается проявление золотого сечения [54].

Ещё один известный русский искусствовед Э.К. Розенов утверждал, что в музыкальных произведениях и поэзии существуют строгие пропорциональные отношения: "Явные черты "природного творчества" мы должны признать в тех случаях, когда в сильно одухотворённых созданиях гениальных авторов, порождённых мощным стремлением духа к правде и красоте, мы совершенно неожиданно обнаруживаем какую-то неподдающуюся непосредственному сознанию таинственную закономерность числовых отношений".

Э. Розенов считал, что золотое сечение должно играть в музыке выдающуюся роль как средство для приведения однородных явлений в соответствие, созданное самой природой: **"Золотое деление могло бы:**

1. Устанавливать в музыкальном произведении изящное, соразмерное отношение между целым и его частями;
2. Являться специальным местом подготовленного ожидания, совмещаясь с кульминационными пунктами (силы, массы, движения звуков) и с разного рода выдающимися, с точки зрения автора, эффектами;
3. Направлять внимание слушателя на те мысли музыкального произведения, которым автор придаёт наиболее важное значение, которые желает поставить в связь и соответствие между собой" [83].

Исследуя Хроматическую фантазию и фугу И.С.Баха, Э.К. Розенов за единицу меры во времени принял длительность четверти. В этом произведении содержится 330 таких единиц меры. Золотое деление этого интервала приходится на 204-ю четверть от начала.

Гармонию измерить нельзя, но можно обнаружить и изучать конструктивный принцип, который лежит в основе эстетического объекта и которым обусловлено само существование эстетически значимой меры. Таким принципом является закон "золотого сечения" или "божественная" пропорция. Иначе говоря, движение поэтической мысли реализовано в ритме, ритм делает осязаемой гармонию и организует в строфе развитие поэтической мысли по закону "золотого сечения".

Б.В. Томашевский

*Музыка - истинная
всеобщая
человеческая речь.*

К.Ю.Вебер

*Музыка – это
искусство
печалить и
радовать без
причины.*

*Тадеуш
Котарбиньский*

*Музыка природы не
могла не оказать
влияния на
человечество.
Более того,
человечество
пронизано музыкой –
оно живёт в музыке,
а музыка живёт в
нём...*

*Человеческая жизнь
подчиняется
законам музыки.*

*И в природе
действуют такие
же музыкальные
правила, как и в
жизни человека.*

*Музыка – это
жизнь, а жизнь –
это музыка.*

Карл Шторк

Этот момент золотого сечения точно совпадает с ферматой. Поразительную соразмерность частей демонстрирует также fuga, следующая за фантазией. При взгляде на схему гармоничного анализа fugи **"невольно приходишь в священный трепет перед гениальностью мастера, воплотившего силою художественной чуткости до такой степени точности сокровенные законы природного творчества"** [67].

Отметим, что «Хроматическая фантазия», произведение свободного по форме жанра, буквально соткано из золотых пропорций. Пожалуй, эстетическое впечатление от математического анализа этого произведения имеет не меньшую силу, чем прослушивание бессмертного творения Баха. А взятые вместе - чувственное впечатление и рациональный анализ, безусловно, позволяют еще на один шаг приблизиться к сокровенным тайникам гения. Таким образом, золотая пропорция является критерием гармонии композиции музыкального произведения.

Кстати, работа Э. К. Розенова (1861-1935гг.) «Закон золотого сечения в поэзии и музыке» считается одним из первых математических исследований музыкальных произведений.

Обратимся к исследованиям доктора искусствоведения, профессора Л. Мазеля, который также анализируя произведения многих композиторов заметил одну особенность. В некоторых восьмитактных мелодиях кульминация приходится на слабую долю пятого такта, то есть в отношении 5 к 8: это означает пять тактов подъёма и три такта спуска. Л.Мазель комментирует, что **сознательно или бессознательно, но почти у каждого композитора «приверженца гармонического стиля» можно найти подобную структуру с определённым расположением точки золотого сечения.** Такая структура придаёт музыке гармоническое звучание в виду изящного и соразмерного соотношения между целым и его частями, направляет внимание слушателя на те мысли, которым автор придаёт важное значение и, естественно, несёт эмоциональную окраску [86].

Как сказано в начале этой главы, история «Золотого сечения» уходит в глубь тысячелетий. Но именно русский архитектор И.П.Шмелёв первый расшифровал и опубликовал в своей книге «Феномен Древнего Египта» уникальную информацию по расшифровке так называемых «Панелей Хеси-Ра», извлечённых в начале 20-го века из захоронения известного египетского архитектора Хеси-Ра. Проведя анализ этих панелей, Шмелев пришел к заключению, что «панели Хеси-Ра – это система правил гармонии, кодированная языком геометрии» [74]. Свой анализ Шмелев завершает следующими словами:

Гамма в музыке
и шкала
пропорциональ-
ности в
архитектуре...
имеют
одинаковое
математическое
строение. Таким
образом, в основе
основ музыки и
архитектуры –
гамме и
пропорции –
лежит
математика.

А.В.Волошинов

«Итак, в наших руках конкретные вещественные доказательства, «открытым текстом» повествующие о высочайшем уровне абстрактного мышления интеллектуалов из Древнего Египта. Автор, резавший доски, с изумительной точностью, ювелирным изяществом и виртуозной изобретательностью продемонстрировал правило ЗС (золотого сечения) в его широчайшем диапазоне вариаций. В результате была рождена ЗОЛОТАЯ СИМФОНИЯ, представленная ансамблем высокохудожественных произведений, не только свидетельствующих о гениальной одарённости их создателя, но и убедительно подтверждающих, что автор был посвящён в магические таинства гармонии. Этим гением был Золотых Дел Мастер по имени Хеси-Ра» [74].

**Так вот, эту систему правил можно считать
исторически первой
«Теорией гармонии».**

А теперь обратимся к не менее значимому периоду, когда в особенно концентрированном виде проявился интерес к проблеме чисел Фибоначчи и золотого сечения. Именно в конце 20 века учёные различных научных направлений выдвинули гипотезы, связанные с использованием «Золотой пропорции» и сделали открытия, которые имеют фундаментальное значение для развития как науки в целом, так и отдельных её отраслей.

Наиболее результативным для «Золотого Сечения» оказался 1984-й год, когда были опубликованы две важные книги, посвященные Золотому Сечению. Это «**Структурная гармония систем**» (белорусского философа Э. Сороко), который делает смелую попытку возродить в современной науке пифагорейскую идею о числовой гармонии мироздания и формулирует так называемый «закон структурной гармонии систем», математическая сущность которого выражается с помощью понятия «золотого p -сечения», которое является обобщением классического золотого сечения. Вторая книга - «**Коды золотой пропорции**» А.П. Стахова, в которой на основе понятия «золотого p -сечения» делается попытка создать новые информационные и арифметические основы компьютеров. Заметим, что в 1984 г. значительно активизирует свою деятельность Фибоначчи Ассоциация, которая в этом году провела свою 1-ю Международную конференцию по числам Фибоначчи и их приложениям. Начиная с этого года, проведение этой знаменитой математической конференции становится регулярным (один раз в 2 года).

В следующем 1985 году опубликована книга русского искусствоведа Н.А. Померанцевой «**Эстетические основы искусства Древнего Египта**», в которой достаточно убедительно показана роль золотого сечения в культуре Древнего Египта.

Природа
представляет
собой
реализацию
простейших
математических
элементов.

А. Эйнштейн

*Разве нельзя
описать
Музыку
как Математику
чувств,
а Математику
как
Музыку рассудка?
Душа у них одна.*

*Дж.Дж.
Сильвестр,
математик XIX
века*

*Математика
владеет не только
истиной, но и
высшей красотой –
красотой
отточенной и
строгой,
возвышенно чистой
и стремящейся к
подлинному
совершенству,
которое
свойственно лишь
величайшим
образцам
искусства.*

Б. Рассел

1986 год ознаменовался публикацией трёх книг по золотому сечению: **«Принцип пропорции»** автор И. Шевелёв, **«Энергетично-геометрический код природы»** автор Я. Гржездельский. В этой книге, возможно, впервые сделана попытка раскрыть физический смысл золотой пропорции как главного кода природы, как пропорции термодинамического равновесия самоорганизующихся систем. **«Золотое сечение в живописи»** учебное пособие для художников, автор Ф.В. Ковалев.

Начало 90-х годов публикация ещё двух книг по «Золотому сечению»: **«Три взгляда на природу гармонии»** (авторы - архитектор И.Ш. Шевелёв, композитор М.А. Марутаев и архитектор И.П. Шмелёв). Как утверждается в аннотации, **«книга посвящена теоретическому обоснованию феномена золотого сечения, в котором авторы видят одну из универсальных закономерностей гармонии»**.

Значительным событием того времени стала публикация научно-популярной книги **«Золотая пропорция»** (автор Н.А. Васютинский), который по образованию и опыту работы является химиком, геологом, металлургом и машиностроителем. В книге, написанной с большим мастерством, **«описано проявление закономерностей золотой пропорции в архитектуре, музыке, поэзии, а также в химии, биологии, ботанике, геологии, астрономии, технике»** [18].

И в дальнейшем это позволило объединиться многим учёным, исследователям, так называемых «золотоискателей» в Международные конференции и семинары.

В 1997 г. российский биолог *В.Д. Цветков* опубликовал книгу **«Сердце, золотое сечение и симметрия»**, которая явилась итогом многолетних исследований автора в области выяснения роли золотого сечения в сердечной деятельности млекопитающих. В книге также установлено множество золотых сечений в различных структурах сердечного цикла. Показана роль золотого сечения и чисел Фибоначчи в оптимизации деятельности сердца [67].

В этом же году появилась книга проф. *В.И. Коробко* - **«Золотая пропорция и проблемы гармонии систем»**. Книга содержит обширный материал, свидетельствующий о проявлении золотого сечения в разнообразных областях природы, науки и искусства.

Среди множества книг данной тематики обращают на себя внимание две книги: **«Математика и Искусство»** (2000 г.и.) (доктора философских наук профессора Александра Волошинова) и **«Метаязык живой природы»** (И. Шевелёв). В книге **«Математика и искусство»** автор прослеживает пути взаимодействия науки и искусства, единства истины и красоты.

*Не является ли
музыка
таинственным
языком далёкого
царства Духа,
чудесные
акценты
которого
отзываются в
глубинах нашей
души и
пробуждают
более высокую,
интенсивную
жизнь?*

*Э.Т.А.Гофман
В диалоге
«Поэт и
композитор»*

*Звёздное небо
лучше всего
воспринимать
как музыку, при
этом
математические
пропорции орбит
будут тогда
выражением
лежащей в их
основе «музыки»
(мелодии сфер)*

*...
В настоящее
время
человеческое
сознание
слишком слабо, и
только
божественному
или духовному
слуху
посвящённых
людей слышны
подобные звуки
мира.*

Фриц Штеге

А. Волошинов допускает **математическое описание** четырёх важнейших и наиболее «чистых» искусств (музыка и литература, архитектура и живопись). Но не просто описывает эстетические категории, а ведёт разговор и ставит вопросы о «математических началах» искусства, определяя науку и искусство как два крыла культуры [18].

Как известно, начало 21-го столетия является «Веком Гармонии». Начало этого века характеризуется широким использованием всемирной информационной сети «Интернет» для распространения научных знаний. Уникальные возможности, представленные Интернетом, привели к появлению огромного количества сайтов, посвященных Золотому Сечению. Одним из них стал сайт «**Музей Гармонии и Золотого Сечения**» (авторы сайта Алексей Стахов и Анна Слученкова) [89].

Таким образом, «Теория чисел Фибоначчи и Золотого Сечения», а также связь математики и музыки (равно как и всего искусства в целом) является итогом многотысячелетних усилий выдающихся мыслителей и учёных, начиная с Пифагора, Евклида, Луки Пачоли, Кеплера и заканчивая современными учеными Воробьевым, Хоггаттом, Шевелёвым, Сороко, Боднаром, Васютинским, Коробко и многими другими.

Конечно нельзя не сказать и о том, что в современном мире, особенно в западном, бурно развивается такая область исследования, где с музыкальным искусством переплетается множество научных направлений.

Так, опубликован ряд фундаментальных и научно-популярных изданий, в которых представлено применение математических методов и информационных технологий при описании, анализе и создании музыкальных композиций, как например «Наука и музыка» автора Дж. Джинс (в русском переводе), Leach J., Fitch J. Nature, music, and algorithmic composition. Computer Music Journal 19, no. 2, 23 (1995); Dodge C. Profile: A musical fractal. Computer Music Journal 12, no. 3, 10 (1988); Voss R. F., Clarke J. 1/ f noise in music: music from 1/ f noise. J. Acoust. Soc. Am. 63, no. 1, 258 (1978); Dodge Ch., Jerse Th. A. Computer music: Synthesis, composition, and performance. 2nd ed. New York: Schirmer Books, 1997; Harkleroad L. The Math Behind the Music. Cambridge University Press, 2006 и другие.

Как видим из этих публикаций, музыка, как явление природы, становится результатом взаимодействия принципов физики и математики. И такой интерес не одномоментен, ведь математика и музыка прошли вместе долгий путь сотрудничества, по крайней мере 2500 лет, со времён Пифагора.

*Наука и искусство
– это два крыла,
которые
поднимают вас
к Богу*

М.Х.А. Бехаулла

Кто-то из учёных считает, что такое сотрудничество при слиянии усилий математики и музыки, даёт прекрасные результаты в постижении мира.

И всё-таки, нашей задачей не является сводить музыку к определенным числовым действиям.

Ведь мы понимаем, что **музыка - это явление духовное, сердечное!** И обладая неуловимой и недостижимой сущностью для абстрактной логики математики и физики, музыка не нуждается в научных трактовках! Её божественная суть – в сердечном устремлении к прекрасному.

Недаром Ромен Роллан отмечал, что *«музыка дорога нам потому, что является наиболее глубоким выражением души, гармоническим отзвуком её радостей и скорбей»*.

И в который раз мы повторяем: Музыка – язык сердца!



*А. Фоменко. Геометрическая фантазия. 1980 г.
Академик, специалист по геометрии и алгебраической топологии,
оригинальный художник,
автор современной исторической хронологии мира.*